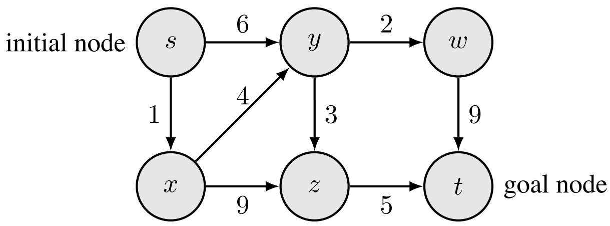
3010 人工知能 — 宿題 1
締切: 2019 年 5 月 21 日 (火)

以下の問題 1–4 に答えよ (裏面にも問題があるので注意). 5 月 21 日までに情報事務室前の宿題提出箱に投函すること. レポートは英語・日本語のいずれで記述してもかまわない.

Question 1

下の状態空間グラフを考える. このグラフは 6 個の状態 (節点) $\{s, t, w, x, y, z\}$ からなる. このうち s が出発節点, t が目標節点である. 辺の横に書かれた数字は, その辺のコストである. たとえば, 辺 (x, z) のコストは $c(x, z) = 9$ である. このとき, 以下の問に答えよ.



1. 6 個の節点それぞれについて, そこから t への最小経路コストを求めよ.
2. Figure 1のダイクストラのアルゴリズムをこのグラフで実行する. 関数 Dijkstra の 6–11 行目は繰り返し実行されるが, その各回において, 以下を示せ.
    - 7 行目が実行される際に OPEN に, どの節点が入っており, それら節点はどういった g 値を持っているか.
    - 8 行目で v としてどの節点が選ばれるか.

```
1  function Dijkstra(s)
2      OPEN ← new PriorityQueue_g
3      g[s] ← 0
4      Insert_g(OPEN, s)
5      CLOSED ← ∅
6      loop do
7          if IsEmpty(OPEN) then return "failure"
8          v ← DeleteMin_g(OPEN)
9          CLOSED ← CLOSED ∪ {v}
10         if IsGoal(v) then return Solution(v, s)
11         Expand(v)
```

```
1  procedure Expand(v)
2      foreach u ∈ Succ(v) do
3          if u ∉ OPEN ∪ CLOSED then
4              Parent[u] ← v
5              g[u] ← g[v] + c(v, u)
6              Insert_g(OPEN, u)
7          else if u ∈ OPEN then
8              if g[v] + c(v, u) < g[u] then
9                  Parent[u] ← v
10                 g[u] ← g[v] + c(v, u)
```

Figure 1: Dijkstra's shortest path algorithm. OPEN, CLOSED, Parent, and g are global variables. See the lecture slides for other details.

Question 2

以下の条件を全てみたす状態空間グラフを描け.

1. グラフの節点は $\{s, t, x, y\}$ の 4 個であり, s が初期節点, t が唯一の目標節点である.
2. 辺の数はちょうど 6 個.
3. 辺のコストはすべて, 6 以下の正の整数である.
4. ダイクストラのアルゴリズム (Figure 1) をこのグラフ上で実行すると, 一つの節点において, 手続き Expand の 10 行目が 2 回実行される (つまり, g 値が 2 回更新される).

Question 3

ダイクストラのアルゴリズムを走らせたときに, j 番目に展開する節点を v_j で表す (一番最初は初期節点 s が展開されるので, $v_1 = s$ である). 節点 v への, 初期節点 s からの最小コスト経路のコストを $g^*(v)$ と書くとき, $g^*(v_j)$ は展開順序 j に関して非減少であることを示せ. すなわち, $g^*(v_1) \le g^*(v_2) \le g^*(v_3) \le \cdots$ を示せ.

Question 4

節点数が有限で, 目標節点が一つしかないような状態空間グラフを考える. ダイクストラのアルゴリズムに変更を加えて, 出発節点から目標節点までの最小コスト経路の数を数えるアルゴリズムを作れ. 例えば, 以下のグラフ (s が出発節点, t が目標節点) の最小コスト経路は (1) $s \to a \to c \to d \to t$, (2) $s \to a \to c \to e \to t$, (3) $s \to b \to c \to d \to t$, (4) $s \to b \to c \to e \to t$. の 4 つ (いずれもコスト 5) 存在するので, 変更後のアルゴリズムは「4」を出力しなければならない. 注: 経路自体を出力する必要はない. この例では, 経路の個数「4」だけ出力すれ良い.